

Il dimensionamento dei carichi termici delle celle frigorifere

Andrea Verondini

Scopo principale di un impianto di refrigerazione è quello di mantenere in una cella le condizioni che consentano la conservazione delle derrate alimentari per garantirne la commestibilità.

Per raggiungere questo obiettivo, l'impianto deve avere una potenzialità sufficiente, per soddisfare i bisogni per cui è stato costruito.

La potenzialità dell'impianto è determinata in base ai carichi massimi reali, mentre il tipo di regolazione è scelto in modo tale che le prescritte condizioni ambientali si raggiungano non soltanto nel periodo di massimo carico, ma anche con carichi ridotti.

In generale è difficile determinare, per un dato ambiente i carichi massimi e stabilire al tempo stesso i carichi in condizioni intermedie. Si possono solo stimare i valori di questi carichi ed è proprio dalla determinazione di questa stima che questo articolo si occupa. Per poter determinare i carichi o le dispersioni con una precisione sufficiente, è indispensabile conoscere tutti gli elementi che incidono sul bilancio termico ambiente. Solo quando gli elementi sono esattamente conosciuti ed il bilancio è stato determinato con cura, si potrà scegliere l'impianto più economico e al tempo stesso più adatto per conseguire i risultati prestabiliti. Gli apporti di calore o dispersioni, sono le quantità di calore scambiate per unità di tempo tra l'esterno e l'interno di un locale. Il carico reale è definito come la quantità di calore fornita o assorbita dall'impianto durante l'unità di tempo. Il carico termico istantaneo e il carico reale fornito dall'impianto sono raramente identici a causa dell'inerzia termica dei materiali che costituiscono il locale.

Per “carico termico” si deve intendere qualsiasi variazione di energia termica che interviene, nell'unità di tempo, durante il funzionamento di una cella frigorifera sia di segno positivo (aumento dell'energia termica totale del sistema) che di segno negativo (diminuzione dell'energia termica totale del sistema).

Nel caso di una cella frigorifera tali carichi termici si possono suddividere in:

- q_1 Carico dovuto alla trasmissione di calore, che influenza lo spazio refrigerato, attraverso le pareti, il pavimento ed il soffitto

- q_2 Carico dovuto alla movimentazione del prodotto (merce) che rappresenta il calore (da rimuovere) generato da prodotti introdotti e tenuti nello spazio refrigerato
- q_3 Carico interno, che rappresenta il calore dovuto alle fonti interne (ad esempio luci, muletti e persone che lavorano all'interno della cella)
- q_4 Carico dovuto all'apertura e chiusura delle porte
- q_5 Carico dovuto alle apparecchiature di refrigerazione.

I primi quattro punti costituiscono il carico di calore netto per il quale viene offerto un sistema di refrigerazione; il quinto punto considera tutti gli apporti di calore generati dall'attrezzatura di refrigerazione. Il carico totale sarà così composto sia dal carico netto a cui andrà sommato il carico generato dalle apparecchiature; a partire da questi valori verranno selezionati prima l'evaporatore e poi il compressore.

Questo capitolo contiene le linee guida per poter calcolare i primi quattro punti e raccomandazioni per determinare il carico del quinto punto che, comunque, richiede sempre un'ottima conoscenza dei macchinari e del processo che il prodotto deve subire.

q₁ Carico dovuto alla trasmissione di calore, che influenza lo spazio refrigerato, attraverso le pareti, il pavimento ed il soffitto

L'apporto dovuto dalla trasmissione di calore attraverso le pareti, il pavimento ed il soffitto, viene calcolato, in maniera generica, nel seguente modo:

$$q_1 = U * A * \Delta t$$

dove:

q_1 = calore trasmesso per unità di tempo [W]

U = coefficiente globale di trasmissione [W/(m²*K)]

A = area della superficie esterna della cella [m²]

Δt = differenza di temperatura tra l'aria all'esterno della cella e l'aria all'interno della cella frigorifera.

Immaginando che le pareti, il pavimento ed il soffitto siano costituiti da n strati di materiali diversi e di diverso spessore, il coefficiente globale di trasmissione “ U ” delle pareti, del pavimento, del soffitto, può essere calcolato con la seguente equazione:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \sum_{j=1}^n \frac{s_j}{\lambda_j} + \frac{1}{\alpha_e}} \quad [W/(m^2 * K)]$$

dove:

α_e = coefficiente di convezione esterno alla cella [W/(m²* K)]

s_j = Spessore dello strato j di cui è composta la parete [m]

λ_j = Conducibilità termica del materiale di cui è composto lo strato j [W/(m* K)]

α_i = coefficiente di convezione interno alla cella [W/(m²* K)]

Per quanto riguarda la conducibilità termica dei materiali esiste un' abbondante letteratura e, inoltre, qualsiasi fornitore di materiali isolanti è in grado di mettere a disposizione le caratteristiche del prodotto da lui venduto; un po' più complicato è il discorso relativo ai coefficienti di convezione.

Nel seguito verrà considerato, a titolo d'esempio, il caso di una cella con un sistema refrigerante del tipo “ ventilato “ posta all'interno di un magazzino (e quindi non influenzata da perturbazioni atmosferiche come ad es. il vento o l'irraggiamento solare).

Con riferimento alla *fig.1*, si dovrà tenere conto di quattro diverse tipologie convettive:

- 1) Convezione naturale esterna su lastra piana verticale
- 2) Convezione naturale esterna su lastra piana orizzontale
- 3) Convezione forzata interna con flusso tangenziale su lastra piana orizzontale
- 4) Convezione forzata interna con flusso perpendicolare su lastra piana verticale

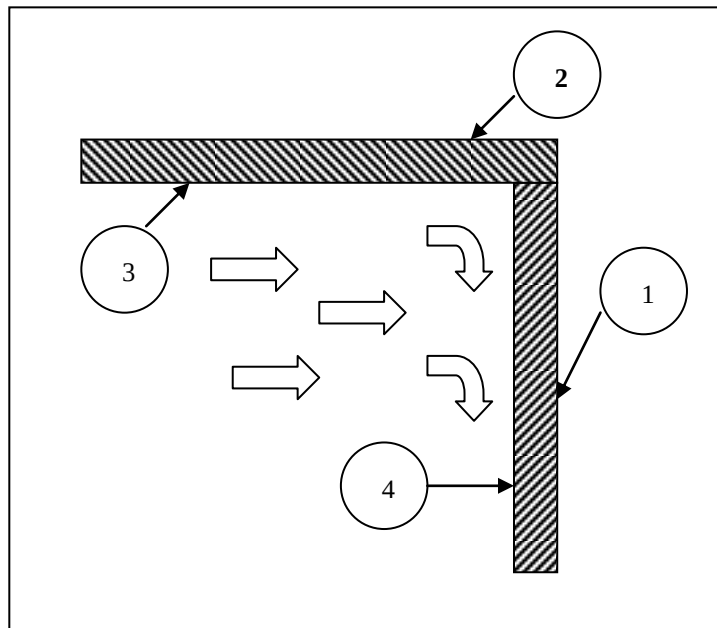


fig. 1 – Schema dei quattro diversi flussi convettivi esistenti in una cella frigorifera

Convezione naturale esterna su lastra piana verticale:

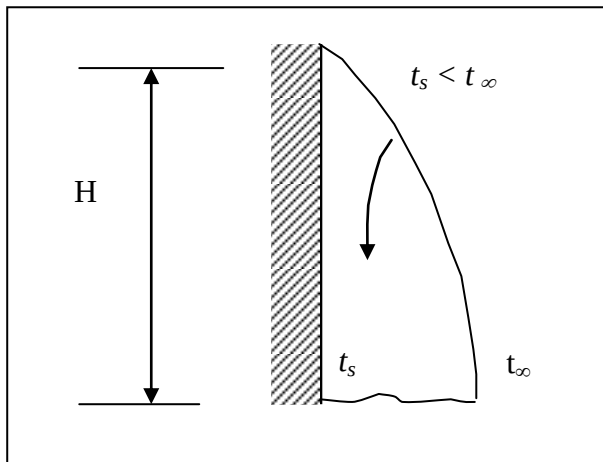


fig. 2 - Convezione naturale sulla parete esterna della cella quando questa è più fredda dell'ambiente circostante.

La fig. 2 si riferisce al caso di convezione naturale sulla parete esterna della cella quando questa è più fredda dell'ambiente circostante.

La parete ha un'altezza H , una temperatura superficiale t_s ed è immersa in un fluido a temperatura t_∞ dove $t_s < t_\infty$. Lo strato limite si sviluppa a partire dal bordo superiore perché $t_s < t_\infty$ (in caso contrario si sarebbe sviluppato dal bordo inferiore). Per definire se il moto sarà di tipo laminare o turbolento, occorrerà far riferimento al numero di **Rayleigh**¹ [Ra_H] riferito all'altezza della lastra piana verticale.

Se $Ra_H < 10^9$ avremo un regime laminare

Se $Ra_H > 10^9$ avremo un regime turbolento

Il valore del numero di **Rayleigh** si calcola nel seguente modo:

$$Ra_H = Gr_H * Pr = \frac{g\beta}{\nu^2} (t_s - t_\infty) * H^3 * Pr \quad (1)$$

Gr_H = numero di **Grashof**

Pr = numero di **Prandtl** dell'aria

g = accelerazione di gravità [m/s²]

β = coefficiente di dilatazione volumica dell'aria [1 /K]

ν = viscosità cinematica dell'aria [m²/s]

H = altezza della parete in questione [m]

Sulla base del valore calcolato di Ra_H , si può ottenere il numero di **Nusselt**

Se $Ra_H < 10^9$, (ovvero per regime laminare) allora il numero di **Nusselt** [Nu_H] vale:

$$\overline{Nu_H} = 0,68 + \frac{0,670 * Ra_H^{1/4}}{\left[1 + \left(0,492 * Pr^{9/16}\right)\right]^{4/9}} \quad (1 a)$$

¹ Il numero di Rayleigh può essere interpretato come il rapporto tra forze di galleggiamento e forze d'attrito viscoso: a tal fine conviene considerare un esempio pratico: uno strato fluido alla temperatura di equilibrio T_∞ a contatto con una parete più calda (o più fredda) alla temperatura T_s . La zona di fluido che sta a contatto con la parete si riscalda (o raffredda), e la sua densità varia in modo proporzionale alla differenza di temperatura δT tra fluido e parete.

Se $Ra_H > 10^9$, (ovvero per regime turbolento) allora il numero di **Nusselt** [Nu_H] vale:

$$\overline{Nu_H} = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 * Ra_H^{1/6}}{\left[1 + (0,492 * Pr^{9/16}) \right]^{8/27}} \right\}^2 \quad (1 b)$$

Una volta calcolato il numero di Nusselt, il coefficiente di convezione sarà dato da:

$$\alpha = \frac{Nu_H * \lambda}{H} \quad [W/m^2K] \quad (2)$$

Per comodità di calcolo sono stati raccolti nella seguente tabella i valori di λ ; Pr ; ν ; $(g * \beta)/\nu^2$ nel caso dell'aria a pressione atmosferica in funzione della temperatura t .

Tab. 1.0 – Proprietà dell'aria a pressione atmosferica

t °C	λ W/(m*K)	Pr ---	ν m ² /s	$g\beta/\nu^2$ 1/(m ³ *K)
-40	0,0209	0,725	$9,95*10^{-6}$	$4,25*10^8$
-30	0,0217	0,722	$1,08*10^{-5}$	$3,46*10^8$
-20	0,0226	0,719	$1,17*10^{-5}$	$2,84*10^8$
-10	0,0234	0,716	$1,25*10^{-5}$	$2,40*10^8$
0	0,0242	0,713	$1,33*10^{-5}$	$2,03*10^8$
10	0,0250	0,711	$1,42*10^{-5}$	$1,72*10^8$
20	0,0258	0,709	$1,52*10^{-5}$	$1,45*10^8$
30	0,0265	0,706	$1,62*10^{-5}$	$1,24*10^8$
40	0,0273	0,705	$1,71*10^{-5}$	$1,08*10^8$
50	0,0280	0,704	$1,80*10^{-5}$	$9,33*10^7$
60	0,0288	0,702	$1,90*10^{-5}$	$8,12*10^7$

Convezione naturale esterna su lastra piana orizzontale

In questo caso la superficie più fredda (soffitto esterno della cella) è rivolta verso l'alto, mentre la superficie più calda (il soffitto interno dello stabile) è rivolta verso il basso. In teoria non si dovrebbe generare nessuna circolazione naturale dell'aria e quindi nessun movimento di fluido; poichè l'andamento della densità nella vicinanze della parete è tale da favorire la stratificazione termica stabile. In realtà, nel nostro caso al termine della lastra piana non ci sono pareti di confinamento, quindi il fluido può defluire ai lati, il che produce una convezione naturale che vedremo in seguito.

Tutte le volte che la cella non è a pianta rettangolare, si definisce una lunghezza equivalente della lastra nel seguente modo:

$$L = \frac{A}{P} \quad (3)$$

dove:

L = Lunghezza della lastra piana [m]

A = Superficie del soffitto [m^2]

P = Perimetro del soffitto [m]

per il calcolo del numero di **Rayleigh** [Ra_H] si procede con l'equazione (1), mentre il valore del numero di Nusselt sarà dato da:

$$\overline{Nu_L} = 0,27 * Ra_L^{1/4} \quad \text{con validità per tutto il campo } (10^5 < Ra_L < 10^{10}) \quad (4)$$

dal valore di Nusselt possiamo, ora, calcolare il coefficiente di convezione tramite la (2)

$$\alpha = \frac{Nu_L * \lambda}{L} \quad [W/(m^2 K)] \quad (5)$$

Convezione forzata interna con flusso tangenziale su lastra piana orizzontale

In questo caso la lastra viene trattata come se fosse la superficie interna di una tubazione e, quindi, si fa riferimento al numero di **Reynolds** [**Re**] che può essere calcolato nel seguente modo:

$$Re_L = \frac{u_\infty * L}{\nu} \quad (6)$$

dove:

Re_L	= numero di Reynolds locale riferito al soffitto di lunghezza <i>L</i>	
u_∞	= componente della velocità secondo l'asse orizzontale	[m/s]
L	= lunghezza reale o convenzionale (vedere la (3)) della lastra piana	[m]
ν	= viscosità cinematica dell'aria	[m ² /s]

Calcolato il valore di Reynolds diremo che il moto è laminare per $Re < 5 \cdot 10^5$ (con Prandtl <0,1); in tutti gli altri casi il moto si deve considerare turbolento.

Quindi il numero di **Nusselt** dovrà essere calcolato con riferimento al tipo di moto che s'instaura

Moto Laminare:

$$Nu_L = 0,332 Re_x^{1/2} * Pr^{1/3} \quad (7)$$

Moto turbolento:

$$Nu_L = 0,037 * (Re_L^{4/5} - 23200) * Pr^{1/3} \quad (8)$$

Queste due equazioni forniscono il valore medio del numero di **Nu** su tutta la superficie

Il coefficiente di convezione interna sarà dato da

$$\alpha = \frac{Nu * \lambda}{L} \quad [W/(m^2 * K)]$$

che abbiamo già trovato all'equazione (5)

Convezione forzata interna con flusso perpendicolare su lastra piana verticale

In questo caso ci troviamo di fronte ad una convezione forzata + una convezione naturale.

Il valori del numero di Nusselt $[Nu]$ è dato da:

$$Nu_{mix}^4 = Nu_{for}^4 + Nu_{nat}^4 \quad (9)$$

e quindi il valore del coefficiente di convezione è dato da:

$$\alpha = \frac{Nu_{mix} \cdot \lambda}{H} \quad \left[\frac{W}{(m^2 \cdot K)} \right] \quad (10)$$

Ritornando alla nostra equazione (1)

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \sum_j^n \frac{s_j}{\lambda_j} + \frac{1}{\alpha_e}}$$

Nel caso in cui si abbia a che fare con spessori elevati di parete e/o con bassa conducibilità dei materiali, i valori s_j/λ_j sono molto maggiori di $1/\alpha_i$, e $1/\alpha_e$ cosicché questi due termini possono venire trascurati ed il denominatore si riduce a:

$$\sum_j^n \frac{s_j}{\lambda_j} = \frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3} + \dots + \frac{s_n}{\lambda_n} \quad (11)$$

Le tabelle seguenti riportano i valori della conducibilità termica di alcuni materiali all'interno del campo di temperatura tipico delle applicazioni di questo testo, tali valori possono considerarsi pressoché costanti:

tab. 1.1 – Conducibilità termica di alcuni materiali isolanti

Materiali isolanti	Conducibilità termica
	(λ) W/(m * K)
Poliuretano espanso (R-11) in lastre	da 0,023 a 0,026
Polisocianurato cellulare (R-141b)	0,027
Polistirene estruso (R – 142b)	0,035
Polistirene espanso (R – 142b)	0,037
Fibra di vetro in feltrini	0,044
Fibra di vetro in coppelle	0,040
Vermiculite espansa in granuli	0,077

tab. 1.2 – Conducibilità termica di alcuni metalli solidi

Metalli solidi	Conducibilità termica (λ)
	W/(m * K)
Acciaio al carbonio	50
Acciaio inossidabile	14
Alluminio puro	240
Rame	300
Zinco	113

tab. 1.3 – Conducibilità termica di alcuni materiali da costruzione

Materiali da costruzione	Conducibilità termica
	(λ) W/(m * K)
Acciaio, profilati	52
Asfalto	0,70
Calcestruzzo	1,91
Ghiaia grossa	1,20
Intonaco di malta e gesso	0,70
Mattoni pieni	0,72
Mattoni forati	0,36
Malta di cemento	1,40
Sabbia secca	0,60

Un problema che si incontra spesso riguarda la trasmissione del calore attraverso il pavimento di una cella che posa sul terreno. In questo caso le dispersioni sono generalmente modesti e sensibilmente costanti nel corso dell'anno, a causa delle piccole variazioni di temperatura che subisce il terreno sottostante.

Le trasmissioni di calore di un pavimento appoggiato sul terreno, sono relativamente grandi sul perimetro e piccole al centro; questo perché la temperatura del terreno a contatto col perimetro varia con la temperatura esterna, mentre la temperatura del centro rimane più o meno costante.

Un metodo empirico spesso usato in questi casi, è quello di attribuire al terreno un coefficiente globale di trasmissione:

$$U = 0,35 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

con una temperatura del suolo

$$t = 12^\circ\text{C}$$

La tabella 2 indica lo spessore minimo consigliato di poliuretano in lastre per la costruzione di celle industriali

tab. 2 – spessore minimo d’isolamento consigliato per lastre di poliuretano espanso

Temperatura di conservazione °C	Nord Italia Spessore mm	Sud Italia Spessore mm
da 4 a 16	50	50
da -4 a 4	60	75
da -9 a -4	75	85
da -18 a -9	85	100
da -26 a -18	100	125
da -40 a -26	125	150

Questi spessori possono essere aumentati quando si debba compensare l’apporto di calore dovuto alla presenza di componenti, come legno e travi di metallo, che realizzano un ponte termico attraverso l’isolamento e riducono la resistenza termica del muro o tetto.

Esiste un’abbondante bibliografia sul calcolo dei carichi termici derivanti dai ponti termici sopra enunciati.

In alcuni casi la differenza di temperatura Δt deve essere corretta per compensare l’effetto termico dell’irraggiamento solare. Alcuni valori di correzione sono espressi nella tabella 3 e sono da considerare nell’arco delle 24 ore; tali valori devono venire sommati alla temperatura dell’aria ambiente quando si calcola lo scambio termico delle pareti e del soffitto.

tab. 3 Valori consigliati d'incremento della temperatura ambiente a causa dell'effetto solare

Tipo di superficie	Esposizione	Esposizione	Esposizione	Soffitti
	Ovest	Sud	Est	piani
	K	K	K	K
<i>Superfici scure</i>				
tetto ricoperto con lavagna				
coperture con tetto incatramato	5	3	5	11
vernice nera				
<i>Superfici medio - scure</i>				
legno naturale				
mattone				
tegole rosse	4	3	4	9
cemento scuro				
vernice rossa, grigia o verde				
<i>Superfici chiare</i>				
pietra chiara				
cemento chiaro lisciato	3	2	3	5
vernice bianca				

n.b. : valore da aggiungere alla temperatura ambiente per poter tenere conto dell'irraggiamento solare. Valori da utilizzare solo per il calcolo delle celle; non usarli per l'aria condizionata.

Per materiali permeabili al vapore e in assenza d'adeguata barriera vapore, occorre effettuare la verifica termoigrometrica delle pareti.

La verifica termigrometrica delle pareti

L'aria umida

L'aria atmosferica può considerarsi una miscela d'aria secca e di vapore d'acqua, la cui quantità varia in funzione della sua pressione parziale e della temperatura.

L'aria atmosferica contenente vapore d'acqua è definita aria umida e viene studiata termodinamicamente come una miscela binaria dei due componenti; tale studio è noto come “*psicrometria*”.

La tab. 4 riporta la composizione dell'aria secca

tab. 4 gas presenti nell'aria secca

Componente	Percentuale in volume	Percentuale di massa	Massa molecolare	Massa molecolare parziale
Ossigeno	20,95	23,19	32,00	6,704
Azoto	78,09	75,47	28,016	21,878
Argon	0,03	1,29	39,944	0,371
Anidride carbonica	0,03	0,05	44,01	0,013
				28,966

La presenza del vapore d'acqua, sebbene il suo peso non superi il 3% del peso dell'aria anche in condizioni climatiche estreme, ha un'influenza essenziale sul benessere umano e su molti processi tecnologici; la conoscenza delle proprietà termodinamiche dell'aria umida è pertanto fondamentale in tutti i problemi di condizionamento termigrometrico; a questo scopo, è opportuno premettere alcune considerazioni:

Se si miscelano due o più gas perfetti e se tra loro non intervengono reazioni chimiche o di qualsiasi altro genere, essi non si influenzano reciprocamente e danno luogo ad una miscela fisicamente omogenea che si comporta anch'essa come un gas perfetto.

Entro il campo delle temperature e delle pressioni normalmente presenti nelle applicazioni della climatizzazione, l'aria secca ed il vapore d'acqua possono essere considerati con buona approssimazione come gas perfetti e pertanto anche l'aria umida, di cui sono i componenti, può essere considerato un gas perfetto.

L'equazione di stato dei gas perfetti, non facendo riferimento a nessun gas in particolare, vale per una massa di gas qualsiasi; essa pertanto vale anche per una miscela di gas; nel caso dell'aria umida essa può scriversi:

$$p \cdot v = \left(\frac{m_a}{M_a} + \frac{m_v}{M_v} \right) \cdot \bar{R} \cdot T = (m_a \cdot \bar{R}_a + m_v \cdot \bar{R}_v) \quad (12)$$

dove:

p	= Pressione dell'aria umida	$[Pa]$
v	= Volume dell'aria umida	$[m^3]$
T	= Temperatura assoluta	$[K]$
m_a	= Massa dell'aria secca contenuta nel volume v	$[kg]$
m_v	= Massa di vapore acqueo contenuta nel volume v	$[kg]$
M_a	= Massa molecolare dell'aria secca	$[kg/kmole]$
M_v	= Massa molecolare dell'acqua	$[kg/kmole]$
$\bar{R}$	= Costante universale dei gas, pari a 8,314	$[kJ/(kmole \cdot K)]$
$\bar{R}_a$	= Costante del gas valido per l'aria secca	$[kJ/(kg \cdot K)]$
$\bar{R}_v$	= Costante del gas valido per il vapore acqueo	$[kJ/(kg \cdot K)]$

Dove le ultime due grandezze sono così definite:

$$\bar{R}_a = \frac{\bar{R}}{M_a} = \frac{8,314}{28,4618} = 0,287 \quad [kJ/(kg \cdot K)] \quad (13)$$

e

$$\bar{R}_v = \frac{\bar{R}}{M_v} = \frac{8,314}{18,00} = 0,4618 \quad [kJ/(kg \cdot K)] \quad (14)$$

Per la legge di Dalton, in una miscela di gas che non reagiscono, la pressione totale è la somma delle pressioni parziali, cioè delle pressioni che ciascun gas eserciterebbe se occupasse da solo tutto il volume occupato dalla miscela.

Per l'aria umida, pertanto, si può scrivere:

$$p = p_a + p_v \quad (15)$$

dove p_a e p_v sono le pressioni parziali dell'aria secca e del vapore.

Questa legge consente, inoltre, di scrivere l'equazione di stato per ciascuno dei due componenti dell'aria umida e cioè

Per l'aria secca

$$p_a \cdot v = \frac{m_a}{M_a} \cdot \bar{R} T = m_a \cdot \bar{R}_a \cdot T \quad (16)$$

cioè

$$p_a \cdot \frac{v}{m_a} = p_a \cdot v_a = \bar{R}_a \cdot T \quad (17)$$

dove:

v_a = volume specifico dell'aria secca $[m^3/kg]$

Analogamente, per il vapor d'acqua:

$$p_v \cdot \frac{v}{m_v} = p_v \cdot v_v = \bar{R}_v \cdot T \quad (18)$$

dove:

v_v = volume specifico del vapore acqueo $[m^3/kg]$

Nei gas perfetti, il calore specifico varia con la temperatura ma tale variazione è trascurabile nelle usuali applicazioni tecniche, nelle quali si opera in un intervallo di temperatura ridotto:

si assume pertanto per esso un opportuno valore medio costante.

Si possono utilizzare, con buona approssimazione, i seguenti valori

per l'aria secca: $c_{pa} = 1,004 [kJ/(kg K)]$

per il vapore d'acqua $c_{pv} = 1,856 [kJ/(kg K)]$

Poiché nella climatizzazione i trattamenti termodinamici dell'aria avvengono alla pressione atmosferica, i calori specifici riportati sono quelli a pressione costante.

Proprietà di stato dell'aria umida

Si ricorda che lo stato fisico di un sistema in condizioni di equilibrio, può essere definito dai valori di un certo numero di grandezze dette proprietà (o funzioni) di stato, le quali assumono la funzione di variabili indipendenti.

Di solito, il numero delle proprietà è superiore a quello minimo necessario per definire lo stato fisico di un sistema e pertanto la scelta di tali variabili indipendenti non è univoca e viene fatta con riferimento al problema trattato, secondo un criterio di comodità; poiché inoltre le diverse proprietà del sistema sono legate tra loro da relazioni dette equazioni fondamentali, dai valori delle proprietà scelte come variabili indipendenti è possibile determinare il valore delle altre proprietà.

Per quanto riguarda l'aria umida, trattandosi di un sistema a due componenti, le proprietà necessario a individuarne lo stato fisico sono tre; di queste, una è sempre la pressione totale mentre le altre due possono essere scelte tra le seguenti:

Umidità specifica x:

è il rapporto tra la massa di vapore acqueo e la massa d'aria secca contenuti nello stesso volume; è quindi:

$$x = \frac{m_v}{m_a} = \frac{\rho_v \cdot v}{\rho_a \cdot v} = \frac{\rho_v}{\rho_a} \quad (19)$$

avendo indicato con ρ_v ρ_a rispettivamente la densità del vapore d'acqua e la densità dell'aria $[kg/m^3]$

Le equazioni di stato relative ai due componenti dell'aria umida, possono, quindi, scriversi:

$$\frac{p_a}{\rho_a} = \bar{R}_a \cdot T \quad \text{e} \quad \frac{p_v}{\rho_v} = \bar{R}_v \cdot T \quad \text{da cui}$$

Per il vapore d'acqua:

$$\rho_v = \frac{\rho_v}{\bar{R}_v \cdot T} \quad (20)$$

Per l'aria secca:

$$\rho_a = \frac{\rho_a}{\bar{R}_a \cdot T} \quad (21)$$

Da qui si ricava:

$$x = \frac{\rho_v}{\rho_a} = \frac{\bar{R}_a \cdot p_v}{\bar{R}_v \cdot p_a} = \frac{0,2870 \cdot p_v}{0,4618 \cdot \rho_a} = 0,622 \cdot \frac{p_v}{p - p_v} \quad (22)$$

dove:

p_v = Pressione parziale del vapore dell'acqua nella miscela [Pa]

p = Pressione della miscela che nel nostro caso è pari alla pressione atmosferica 101.325 Pa

In particolare alla saturazione diventa:

$$x_s = 0,622 \cdot \frac{p_{vs}}{p - p_{vs}} \quad (23)$$

dove:

p_{vs} = pressione parziale del vapore d'acqua nella miscela in condizioni di saturazione. [Pa]

Conoscendo x , si può calcolare il valore della corrispondente pressione parziale; basta infatti risolvere l'equazione (22) rispetto a p_v ; si ha:

$$p_v = \frac{x \cdot p}{x + 0,622} \quad (24)$$

Grado di saturazione μ :

è il rapporto tra l'umidità specifica ad una data temperatura e quella in condizioni di saturazione alla stessa temperatura; è quindi:

$$\mu = \frac{x}{x_s} \quad (25)$$

od anche, per le (22) e (23):

$$\mu = \frac{p - p_{vs}}{p - p_v} \cdot \frac{p_v}{p_{vs}} \quad (26)$$

Umidità relativa ϕ :

L'aria secca può assorbire vapore d'acqua fino al punto di saturazione; l'aggiunta di una ulteriore quantità di vapore alla miscela provoca la condensazione e la formazione di nebbia.

L'umidità relativa è il rapporto tra la massa m_v di vapore acqueo presente in una data quantità di aria umida ad una certa temperatura e la quantità massima m_{vs} di vapore che può essere presente alla stessa temperatura.

$$\phi = \frac{m_v}{m_{vs}} = \frac{\text{kg di vapore presente}}{\text{kg di vapore in aria satura}} * 100$$

Ora, poiché, grazie alle equazioni di stato,

$$\frac{m_v}{m_{vs}} = \frac{\rho_v}{\rho_{vs}} = \frac{p_v}{p_{vs}}$$

dalla (26) si ricava

$$\phi = \mu \cdot \frac{p - p_{vs}}{p - p_v} \quad (27)$$

Siccome i valori di p_{vs} e p_v sono molto piccoli rispetto a quello di p , risulta $\phi \cong \mu$

L'umidità specifica, il grado di saturazione e l'umidità relativa sono adimensionali; l'umidità specifica inoltre può variare da zero (aria secca) ad infinito (vapore d'acqua puro) mentre il grado di saturazione e l'umidità relativa variano da zero a uno; quest'ultima infine è espressa in valore percentuale.

Umidità relativa d'equilibrio

Quando l'aria esterna viene riscaldata negli ambienti fino a 20°C essa diminuisce la sua umidità relativa fino al valore d'equilibrio con il suo contenuto assoluto d'umidità. La pressione parziale di vapore, che dipende dall'umidità assoluta, rimane, come questa invariata.

Metodo analitico per il calcolo di alcuni valori dell'aria umida

Questo metodo fornisce alcune grandezze partendo da:

Pressione dell'aria	P	$[Pa]$
Temperatura dell'aria	t	$[^{\circ}C]$
Umidità relativa	ϕ	U.R. %

Come primo valore si calcola la pressione parziale p_s dell'aria alla saturazione che, come visto, dipende dalla temperatura.

Per fare ciò si possono usare due regressioni polinomiali; ottenendo il risultato in Pa

la prima **valida** $-50 < t < 0^{\circ}C$:

$$p_s = (0,000000000014693 * t^6) + (0,000000004254359 * t^5) + (0,000000546962795 * t^4) + (0,000040727511263 * t^3) + (0,00187157700777 * t^2) + (0,050275748612821 * t) + 0,611141809117428$$

la seconda **valida** $0 < t < 55^{\circ}C$:

$$p_s = (0,00000000000293 * t^6) + (0,00000000233429 * t^5) + (0,00000029532627 * t^4) + (0,00002658337485 * t^3) + (0,00142973661286 * t^2) + (0,04440709916344 * t) + 0,61120063787348$$

La pressione parziale di vapore p_v vale :

$$p_v = (p_s / 100) * \phi \quad [Pa]$$

Il rapporto d'umidità della miscela d'aria, massa di acqua per unità di massa di aria secca, x si calcola:

$$x = 0,62198 * (p_v / (p - p_v)) \quad \text{Adimensionale}$$

Il rapporto d'umidità della miscela d'aria, massa di acqua per unità di massa di aria secca X_s si calcola:

$$x_s = 0,62198 * (p_s / (p - p_s)) \quad \text{Adimensionale}$$

Il grado di saturazione μ viene calcolato nel seguente modo:

$$\mu = x / x_s \quad \text{Adimensionale}$$

Il volume specifico dell'aria umida viene calcolato:

$$v = 0,2871 \cdot (t + 273,15) \cdot (1 + 1,6078 \cdot X) / p \quad [m^3/kg]$$

da cui si ricava che essendo la densità ρ il reciproco del volume specifico v avremo;

$$\rho = \frac{1}{v} \quad [kg / m^3]$$

L'entalpia specifica dell'aria umida, h , si calcola:

$$h = 1,006 \cdot t + X \cdot (2501 + 1,805 \cdot t) \quad [kJ/kg]$$